SF1610 - Övning 1 – 22 mars

1,

Bestäm GCD till 217 och 371

371 = 1 \* 217 + 154

217 = 1 \* 154 + 63

154 = 2 \* 63 + 28

63 = 2 \* 28 + 7

28 = 4 \* 7 + 0

GCD = 7

Ex.

133 m + 56n = 7

133 = 2 \* 56 + 21

56 = 2 \* 21 + 14

21 = 1 \* 14 + 7

14 = 2 \* 7 + 0

Eukllides baklänges

7 = 21 – 14

7 = 21 – (56 – 2\*21) = 21 – 56 + 2\*21 = 3\*21 - 56

7 = 3\*21 – 56

7 = 3\*(133 – 2\*56) – 56

7 = 3\*133 – 7\*56

Så en lösning är m = 3 , n = -7

2,

217m + 371n = 7

7 = 63 – 2\*28

7 = 63 – 2(154-2\*63) = 5\*63 – 2\*154

7 = 5\*63 – 2\*154

7 = 5(217 – 154) – 2(371 – 217)

7 = 5\*217 – 5\*154 – 2\*371 + 2\*217 = 7\*217 – 5\*154 – 2\*371

7 = 7\*217 – 5(371 – 217) – 2\*317

7 = 7\*217 – 5\*371 + 5\*217 – 2\*371

7 = 12\*217 -7\*371

En partikulär lösning är x = 12 och y = -7

371 = 1 \* 217 + 154

217 = 1 \* 154 + 63

154 = 2 \* 63 + 28

63 = 2 \* 28 + 7

28 = 4 \* 7 + 0

217m + 371n = 21

21 =

2,

217m + 371n = 7

371 = 1 \* 217 + 154

217 = 1 \* 154 + 63

154 = 2 \* 63 + 28

63 = 2 \* 28 + 7

28 = 4 \* 7 + 0

7 = 63 – 2\*28

7 = 63 – 2(154 – 2\*63)

7 = 5\*63 – 2\*154

7 = 5(217 – 154) – 2\*154

7 = -7\*154 + 5\*217

7 = -7(371 – 217) + 5\*217

7 = -7\*371 + 12\*217

En lösning är -7 och 12

Hitta samtliga lösningar

Alla lösningar ges av

m = 12 + 53k

n = -7 + 31k

3,

390m + 315n = 90

390 = 1 \*315 + 75

315 = 4\*75 + 15

75 = 5\*15 + 0

15 = 315 – 4\*75

15 = 315 – 4(390-315)

15 = -4\*390 + 5\*315

Multiplicera med 6

-4\*6 = -24

5\*6 = 30

m = -24 - 21k

n = 30 + 26k

4,

3,15m x 3,90

GCD = 0,15

Största storleken är 0,15x0,15

5,

gcd(70, 40)

70 = 40\*1 + 30

40 = 30 \* 1 + 10

30 = 10 \* 3 + 0

gcd(70,40) = 10

70m + 40n = 370

10 = 40 – 30

10 = 40 – (70 – 40)

10 = 2\*40 – 1\*70

390 = 3120 - 2730

7,

480

= 2 \* 240

= 2 \* 2 \* 120

= 2 \* 2 \* 2 \* 60

= 2\*2\*2\*2\*30

= 2\*2\*2\*2\*2\*15

=2\*2\*2\*2\*2\*3\*5

678

= 2\*339

= 2\*3\*113

7200

= 2\*3600

= 2\*2\*1800

=2\*2\*3\*600

=2\*2\*3\*3\*200

=2\*2\*3\*3\*2\*100

=2\*2\*3\*3\*2\*2\*50

=2\*2\*3\*3\*2\*2\*5\*10

=2\*2\*3\*3\*2\*2\*5\*2\*5

= 2^5 \* 3^2 \* 5^2

8,

229

Ja

221

Nej

221 = 13 x 17

9,

gcd(512\*25, 128\*25)

512\*25 = 2^9 \* 5^2

128\*25 = 2^7 \* 5^3

gcd = 2^7\*5^3

LCM =

6,

Om en också har en balansvåg, kan en använda dessa vikter för att se om något väger 5g? 10g? 20g?

Ja 10 och 20

Nej 5

10,

Visa att om d = gcd(m,n) så är talen m/d och n/d relativt prima.

Om m och n är heltal skilda från 0. Då har vi

11,

Visa att om a och b är relativt prima så gäller det att

gcd(a + b, a – b) E {1,2}

Antag att d är en gemensam delare till a + b, a – b

Sats 3,4

Om m och n har den gemensamma delaren d så kommer varje linjärkombination av m och n att ha d som gemensam delare.

Enligt satsen 3,4 vet vi att d måste dela (a + b) – (a – b) och (a+b) + (a-b) :

d | 2a och d | 2b

eftersom a och b är relativt prima är de enda möjliga värdena på d 1 och 2

alltså gcd(a+b, a – b) E [1,2]

12,